Physikalische Chemie III (Lehramt) Sommersemester 2018

Übungsblatt Nr. 4

Ausgabe: 03.05.2018

Aufgabe 1: De-Broglie Wellenlänge

Bestimmen Sie die de-Broglie Wellenlängen für die folgenden Objekte:

a) Ein Elektron mit der Geschwindigkeit $v = 1 \cdot 10^5 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
b) Ein Proton mit der identischen Geschwindigkeit
c) Ein Tischtennisball (m = 2.7 g, Durchmesser = 40 mm), der mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h aufgeschlagen wurde.

Aufgabe 2: Heisenbergsche Unschärfe

Die Heisenbergsche Unschärferelation beschreibt, dass zwei komplementäre Eigenschaften, wie beispielsweise der Ort und der Impuls eines Teilchens nicht gleichzeitig beliebig genau bestimmbar sind.

Bestimmen Sie die Ortsunschärfe eines 130 km/h fahrenden Autos mit der Masse von 1500 kg, sowie von einem Elektron, welches mit einer Beschleunigungsspannung von 3 kV beschleunigt. Nehmen Sie dafür eine Ungenauigkeit der Geschwindigkeitsangabe von ± 2% an und vergleichen Sie die jeweilige Ortsunschärfe.

Aufgabe 3: Impuls- und Ortsoperator

Nehmen Sie an, dass die Wellenfunktion $\Psi(x) = Ae^{ikx}$ auf dem Intervall $0 \leq x \leq a$ definiert ist und dass „periodische Randbedingungen" gelten: $\Psi(a) = \Psi(0)$. Die Konstante k ist daher durch $k = n\frac{2\pi}{a}$ gegeben, wobei n eine ganze Zahl ist.

a) Normieren Sie die Wellenfunktion $\Psi(x)$ auf 1, d.h. bestimmen Sie die Konstante A. Integrieren Sie dafür die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte über das gesamte definierte Intervall: $\int_0^a \Psi^*(x)\Psi(x)\,dx = 1$.

b) Zeigen Sie, dass die Wellenfunktion $\Psi(x)$ eine Eigenfunktion des Impulsoperators $\hat{p}$ ist. Wie lautet der zugehörige Eigenwert?

c) Zeigen Sie, dass dieselbe Wellenfunktion keine Eigenfunktion des Ortsoperators $\hat{x}$ ist. Bestimmen Sie den Erwartungswert $\langle\hat{x}\rangle$ des Ortsoperators. Verwenden dafür folgendes Integral: $\langle\hat{x}\rangle = \int_0^a \Psi^*(x)\hat{x}\Psi(x)\,dx$.

Aufgabe 4: Kommutatoren

Berechnen Sie die Kommutatoren $[\hat{y}, \hat{z}]$, $\left[\sqrt{\hat{x}}, \hat{p}_x\right]$, $[\hat{x}^2, \hat{p}_x]$, $[\hat{x}^2, \hat{p}_x^2]$, $[\hat{y}, \hat{p}_x]$ und $[\hat{x}, \hat{p}_x]$